ریاضی

دهم تجربی

۲

مثلثات

فهرست مطالب	صفحه
▪ نسبت‌های مثلثاتی	۴۵
▪ دایره مثلثاتی	۵۲
▪ روابط بین نسبت‌های مثلثاتی	۵۹

۱ نسبت‌های مثلثاتی

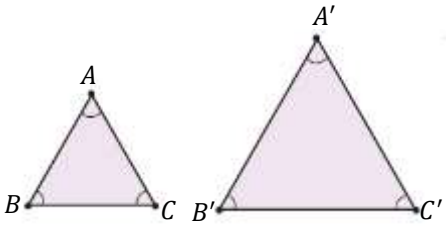
مثلثات شاخه‌ای از ریاضیات است که به بررسی روابط بین زوایا و اضلاع یک مثلث می‌پردازد.

یکی از اهداف این علم، اندازه‌گیری فاصله‌ها به صورت غیرمستقیم است.

مثلثات در علوم مهندسی، فیزیک، نقشه‌برداری، دریانوردی، نجوم و غیره کاربرد دارد.

یادآوری:

دو مثلث **متشابه**اند، هرگاه زوایای نظیر در آن‌ها برابر و نسبت اضلاع متناظر هم با یکدیگر برابر باشند.

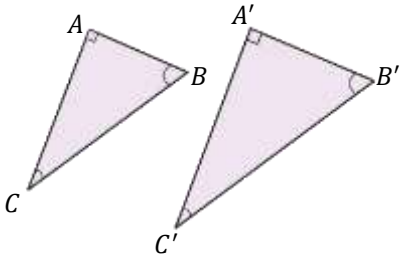


$$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'} : \begin{cases} \hat{A} = \hat{A'} \\ \hat{B} = \hat{B'} \\ \hat{C} = \hat{C'} \end{cases} \quad \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{A'B'}$$

قضیه:

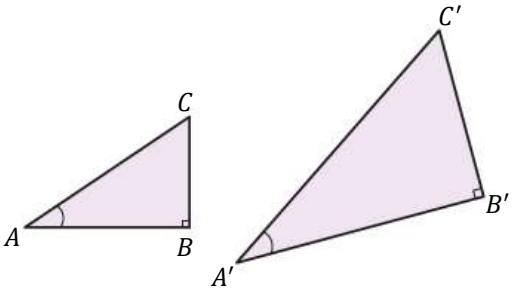
هر گاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشند، آن دو مثلث، متشابه‌اند.

نتیجه: اگر $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ در شکل مقابل قائم الزاویه باشند و داشته باشیم، $\hat{C} = \hat{C'}$ آن‌گاه:



$$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'}$$

نتیجه: اگر زاویهٔ A از مثلث قائم‌الزاویه ABC با زاویهٔ A' از مثلث قائم الزاویه $A'B'C'$ (مطابق شکل) برابر باشد، داریم:



$$\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'} \quad \text{و} \quad \frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'} \quad \text{و} \quad \frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{A'C'}$$

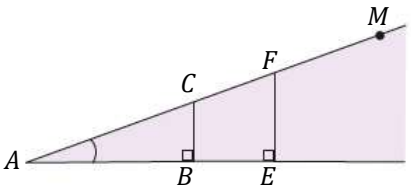
$$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{A'B'C'} : \begin{cases} \hat{A} = \hat{A'} \\ \hat{B} = \hat{B'} \end{cases} \longrightarrow \frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$$

اثبات ۳:

$$\frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{A'B'} \longrightarrow AC \times A'B' = AB \times A'C' \quad \frac{\div (AC \times A'C')}{AC \neq 0 , A'C' \neq 0}$$

$$\frac{\cancel{AC} \times A'B'}{\cancel{AC} \times A'C'} = \frac{AB \times \cancel{A'C'}}{AC \times \cancel{A'C'}} \Rightarrow \frac{A'B'}{A'C'} = \frac{AB}{AC}$$

مثال: (از کتاب) الف) در شکل سمت راست، درستی تساوی $\frac{BC}{AB}=\frac{EF}{AE}$ را بررسی کنید.



پاسخ

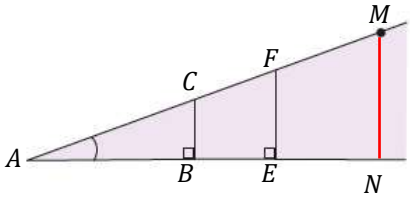
$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{AEF} \begin{cases} \hat{A}=\hat{A} \\ \hat{B}=\hat{E}=۹۰^\circ \end{cases}$

$\xrightarrow{\text{از معکوس کردن ۲}} \frac{BC}{AB}=\frac{EF}{AE}=\frac{\text{ضلع مقابل } A}{\text{ضلع مجاور } A}$

نتیجه مهم:

نسبت‌های بالا برای زاویه مشخص A درهر مثلث قائم‌الزاویه ای، یکسان است.

ب) نقطهٔ دیگری مثل M را در امتداد AC در نظر بگیرید. از آن نقطه، عمودی بر ضلع دیگرِ زاویهٔ A رسم کنید و پای عمود را N بنامید.

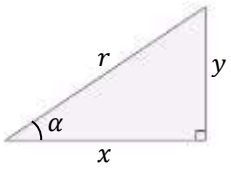


اکنون جاهای خالی را کامل کنید:

پاسخ

$\frac{BC}{AB}=\frac{MN}{AN}=\frac{EF}{AE}$

نسبت‌های مثلثاتی:



۱) $sin\alpha=\frac{y}{r}=\frac{\text{ضلع مقابل } \alpha}{\text{وتر}}$

۲) $cos\alpha=\frac{x}{r}=\frac{\text{ضلع مجاور } \alpha}{\text{وتر}}$

۳) $tan\alpha=\frac{y}{x}=\frac{\text{ضلع مقابل } \alpha}{\text{ضلع مجاور } \alpha}$

۴) $cot\alpha=\frac{x}{y}=\frac{\text{ضلع مجاور } \alpha}{\text{ضلع مقابل } \alpha}$

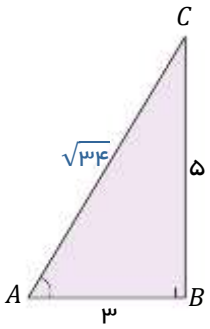
مثال: نسبت‌های مثلثاتی زوایای $\hat{A}$ و $\hat{F}$ را بیابید.

پاسخ

الف) $\overset{\Delta}{ABC}$: قضیه فیثاغورس $\longrightarrow AC^۲=۵^۲+۳^۲ \Rightarrow AC^۲=۲۵+۹$

$AC^۲=۳۴ \Rightarrow AC=\sqrt{۳۴}$

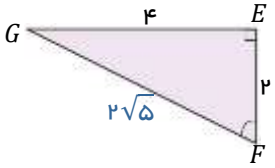
$sin\hat{A}=\frac{۵}{\sqrt{۳۴}}$, $cos\hat{A}=\frac{۳}{\sqrt{۳۴}}$, $tan\hat{A}=\frac{۵}{۳}$, $cot\hat{A}=\frac{۳}{۵}$



الف

ب)

$\overset{\Delta}{EFG}$: $FG^۲=۲^۲+۴^۲=۴+۱۶=۲۰ \longrightarrow FG=\sqrt{۲۰}=\sqrt{۴\times۵}=۲\sqrt{۵}$



ب

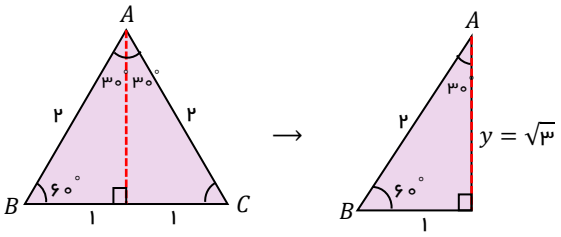
$sin\hat{F}=\frac{۴}{۲\sqrt{۵}}=\frac{۲}{\sqrt{۵}}$ $\qquad$ $cos\hat{F}=\frac{۲}{۲\sqrt{۵}}=\frac{۱}{\sqrt{۵}}$

$tan\hat{F}=\frac{۴}{۲}=۲$ $\qquad$ $cot\hat{F}=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}$

به دست آوردن نسبت‌های مثلثاتی برای زوایای ۳۰° و ۴۵° و ۶۰°:

الف) ۳۰° و ۶۰°

یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲ واحد را رسم و از وسط نصف می‌کنیم:



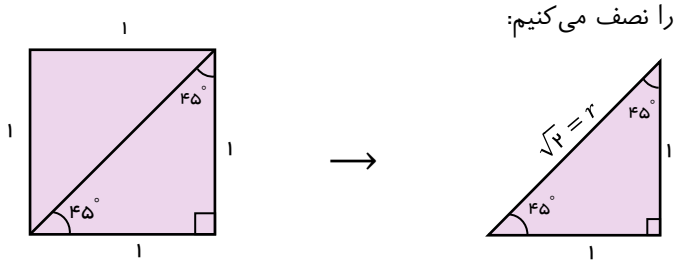
قضیه‌ی فیثاغورس $\longrightarrow ۲^۲ = ۱^۲ + y^۲ \longrightarrow ۴ - ۱ = y^۲ \Rightarrow y = \sqrt{۳}$

$$sin۳۰^\circ = \frac{۱}{۲} \quad , \quad cos۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \quad , \quad tan۳۰^\circ = \frac{۱}{\sqrt{۳}} \quad , \quad cot۳۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۱}$$

$$sin۶۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \quad , \quad cos۶۰^\circ = \frac{۱}{۲} \quad , \quad tan۶۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۱} \quad , \quad cot۶۰^\circ = \frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

ب) ۴۵°

مربعی به ضلع ۱ واحد رسم می‌کنیم و سپس با رسم قطر، آن را نصف می‌کنیم:



قضیه‌ی فیثاغورس $\longrightarrow r^۲ = ۱^۲ + ۱^۲ = ۲ \longrightarrow r = \sqrt{۲}$

گویا می‌کنیم:

$$sin۴۵^\circ = \frac{۱ \times \sqrt{۲}}{\sqrt{۲} \times \sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \quad , \quad cos۴۵^\circ = \frac{۱ \times \sqrt{۲}}{\sqrt{۲} \times \sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$tan۴۵^\circ = \frac{۱}{۱} = ۱ \quad , \quad cot۴۵^\circ = \frac{۱}{۱} = ۱$$

جدول زوایای ۳۰° و ۴۵° و ۶۰°:

نسبت \ زاویه	۳۰°	۴۵°	۶۰°
sin	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
cos	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$
tan	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	۱	$\sqrt{۳}$
cot	$\sqrt{۳}$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

نکته ۱

سه مقدار: $\sqrt{۳}$ و ۱ و $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ یک دنباله هندسی با قدر نسبت $\sqrt{۳}$ هستند:

$$\frac{\sqrt{۳}}{۳} \xrightarrow{\times\sqrt{۳}} ۱ \xrightarrow{\times\sqrt{۳}} \sqrt{۳}$$

مثال: حاصل مقادیر زیر را بیابید.

الف) $A = \frac{sin۳۰^\circ + cos۶۰^\circ}{tan۴۵^\circ}$

ب) $B = ۲\,sin۶۰^\circ - ۴\,cot۴۵^\circ + ۳\,cos۳۰^\circ$

پ) $C = \frac{sin^۲۶۰^\circ + cos^۲۶۰^\circ}{tan^۲۳۰^\circ - ۴}$

پاسخ

الف) $A = \frac{\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}}{۲\times ۱} = \frac{۱}{۲}$

ب) $B = ۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} - ۴\times ۱ + ۳\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳} - ۴ + ۳\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۵}{۲}\sqrt{۳} - ۴$

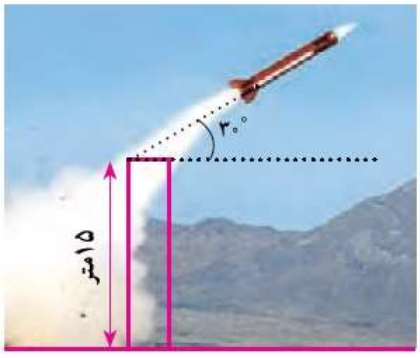
پ) $C = \frac{\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)^۲ + \left(\frac{۱}{۲}\right)^۲}{\left(\frac{\sqrt{۳}}{۳}\right)^۲ - ۴} = \frac{\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۴}}{\frac{۳}{۹} - ۴} = \frac{۱}{\frac{۱}{۳} - ۴} = \frac{۱}{\frac{۱-۱۲}{۳}} = \frac{۱}{-\frac{۱۱}{۳}} = -\frac{۳}{۱۱}$

کاربرد نسبت‌های مثلثاتی:

حل مسائل با استفاده از نسبت‌های مثلثاتی:

با استفاده از داده‌های مساله، شکلی برای آن رسم می‌کنیم. از نسبتی برای یافتن مقدار مجهول استفاده می‌کنیم که مجهول یکی از اجزاء آن باشد (یعنی ضلع مقابل یا مجاور یا وتر) و جزء دیگر در مساله داده شده باشد و یا به سادگی قابل محاسبه باشد.

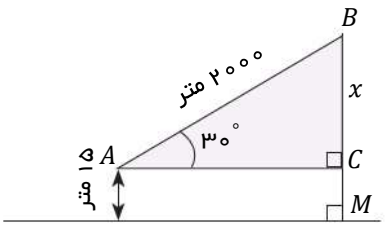
مثال: (از کتاب) یک موشک در ارتفاع ۱۵ متری از سطح زمین و با زاویهٔ ۳۰° پرتاب می‌شود. می‌خواهیم بدانیم پس از طی ۲۰۰۰ متر با همین زاویه، موشک به چه ارتفاعی از سطح زمین می‌رسد؟



پاسخ

وتر را داریم و مجهول ضلع مقابل ۳۰° است پس:

از سینوس ۳۰° کمک می‌گیریم:



$$sin۳۰^\circ = \frac{x}{۲۰۰۰}$$

$$\frac{۱}{۲} = \frac{x}{۲۰۰۰} \longrightarrow ۲x = ۲۰۰۰$$

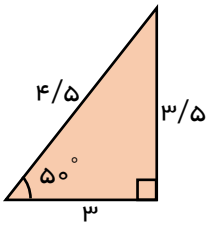
$$\longrightarrow x = ۱۰۰۰$$

$$BM = ۱۰۰۰ + ۱۵ = ۱۰۱۵\,m$$

نکته ۲

برای محاسبه نسبت‌های مثلثاتی زاویای غیر معروف، ابتدا زاویه مورد نظر را رسم می‌کنیم. سپس با تشکیل یک مثلث قائم‌الزاویه و اندازه‌گیری طول اضلاع، نسبت‌ها را می‌یابیم.

مثال: (از کتاب) یک زاویهٔ ۵۰° رسم کنید. با تشکیل یک مثلث قائم‌الزاویه و اندازه‌گیری طول‌های موردنظر با یک خط‌کش مدرج، نسبت‌های مثلثاتی زاویه ۵۰° به صورت تقریبی حساب کنید. سپس با ماشین حساب، مقادیر واقعی را به دست آورید و با مقادیر قبل مقایسه کنید:

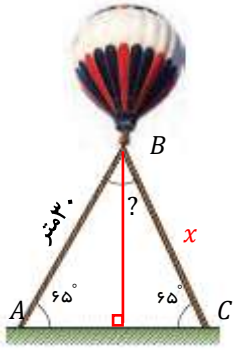


پاسخ

$$sin۵۰^\circ = \frac{۳/۵}{۴/۵} \simeq ۰/۷۷ \quad , \quad cos۵۰^\circ = \frac{۳}{۴/۵} \simeq ۰/۶۶$$

$$tan۵۰^\circ = \frac{۳/۵}{۳} \simeq ۱/۶۶ \quad , \quad cot۵۰^\circ = \frac{۳}{۳/۵} \simeq ۰/۸۵$$

مثال: (از کتاب) در راه‌پیمایی ۲۲ بهمن، یک بالن اطلاع‌رسانی توسط دو طناب به زمین بسته شده است. طول یکی از طناب‌ها ۳۰ متر است. می‌خواهیم طول طناب دوم را پیدا کنیم. $(sin۶۵^\circ \simeq ۰/۹)$



پاسخ

$$\hat{B} = ۱۸۰ - (۶۰ + ۶۵) = ۱۸۰ - ۱۲۵ = ۵۵^\circ$$

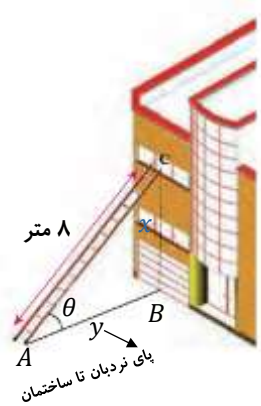
$$\overset{\Delta}{ABH} : \hat{A} = ۶۰^\circ \quad \text{وتر} = ۳۰^\circ \quad BH = \text{مقابل} \longrightarrow sin۶۰^\circ = \frac{BH}{۳۰}$$

$$\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{BH}{۳۰} \longrightarrow \frac{۲\,BH}{۲} = \frac{۳۰\sqrt{۳}}{۲} \longrightarrow BH = ۱۵\sqrt{۳}$$

$$\overset{\Delta}{BCH} : \hat{C} = ۶۵^\circ \quad \text{وتر} = ? \quad BH = ۱۵\sqrt{۳} \quad \text{مقابل}$$

$$sin۶۵^\circ = \frac{۱۵\sqrt{۳}}{x} \longrightarrow ۰/۹ = \frac{۱۵\sqrt{۳}}{x} \longrightarrow ۰/۹\,x = ۱۵\sqrt{۳} \longrightarrow x = \frac{۱۵\sqrt{۳}}{۰/۹}$$

مثال: (از کتاب) مطابق شکل مقابل، نردبانی به طول ۸ متر در زیر پنجرهٔ ساختمانی قرار گرفته است. اگر زاویهٔ نردبان با سطح زمین $\theta = ۳۰^\circ$ باشد، ارتفاع پنجره تا زمین را محاسبه کنید. فاصلهٔ پای نردبان تا ساختمان چقدر است؟



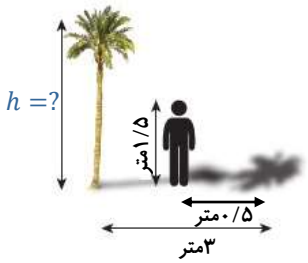
پاسخ

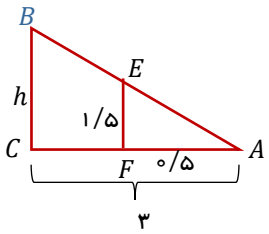
$$sin۳۰^\circ = \frac{x}{۸} \longrightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{x}{۸} \longrightarrow ۲\,x = ۸ \longrightarrow x = ۴$$

$$cos۳۰^\circ = \frac{y}{۸} \longrightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{y}{۸} \longrightarrow ۲\,y = ۸\sqrt{۳} \xrightarrow{\div ۲} y = ۴\sqrt{۳}$$

مثال: (از کتاب) علی می‌خواهد ارتفاع یک درخت را که طول سایهٔ آن ۳ متر است، حساب کند. قد علی ۱/۵ متر و طول سایهٔ او در همان لحظه ۰/۵ متر است. ارتفاع درخت چقدر است؟

پاسخ





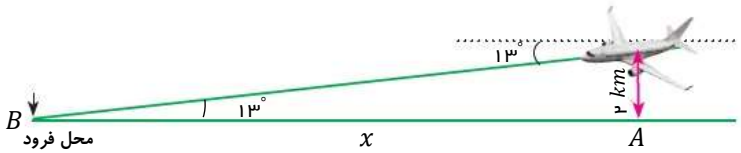
$$\tan\hat{A} = \frac{۱/۵}{۰/۵} \quad :\ \overset{\Delta}{AEF}$$

$$\longrightarrow \frac{۱/۵}{۰/۵} = \frac{h}{۳}$$

$$\tan\hat{A} = \frac{h}{۳} \quad :\overset{\Delta}{ABC}$$

$$\longrightarrow ۰/۵\,h = ۳ \times ۱/۵ \longrightarrow h = \frac{۴/۵}{۰/۵} \longrightarrow h = ۹\ m$$

مثال: (از کتاب) یک هواپیما در ارتفاع ۲ km از سطح زمین در حال فرودآمدن است. اگر زاویهٔ هواپیما با افق حدود ۱۳° باشد، هواپیما در چه فاصله‌ای از نقطهٔ A فرود می‌آید. $(\tan ۱۳^\circ \simeq ۰/۲۳)$



پاسخ

بنا به قضیه خطوط موازی و مورب: $\hat{B} = ۱۳^\circ$

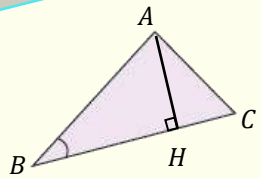
ضلع مقابل: ۲ ضلع مجاور: x

$$\tan ۱۳^\circ = \frac{۲}{x} \longrightarrow ۰/۲۳ = \frac{۲}{x} \longrightarrow ۰/۲۳\,x = ۲$$

$$x = \frac{۲}{۰/۲۳} \simeq ۸/۷\ km$$

فرمولی برای محاسبه مساحت مثلث با استفاده از sin:

در هر مثلث، با معلوم بودن مقادیر طول دو ضلع مثلث و اندازهٔ زاویهٔ بین آن‌ها نشان دهید:



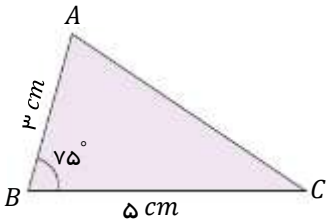
$$\text{مساحت } \overset{\Delta}{ABC} = \frac{۱}{۲} \times AB \times BC \times sinB$$

$$\overset{\Delta}{ABH}: \quad sin\hat{B} = \frac{AH}{AB} \longrightarrow AH = AB \times sin\hat{A}$$

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \times \text{قاعده} \times \text{ارتفاع} = \frac{۱}{۲} \times BC \times AH = \frac{۱}{۲} \times BC \times AB sin\hat{B}$$

نتیجه: مساحت هر مثلث دلخواه برابر است با نصف حاصل ضرب دو ضلع در سینوس زاویه بین این ضلع.

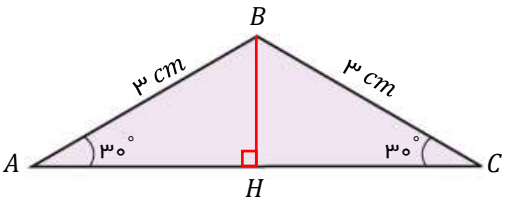
مثال: (از کتاب) فرض کنید $sin۷۵^\circ = ۰/۹۶$. مساحت مثلث ABC در شکل زیر را به دست آورید.



پاسخ

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۵ \times sin۷۵^\circ = ۷/۵ \times ۰/۹۶ = ۷/۲$$

مثال: (از کتاب) مساحت مثلث ABC را پیدا کنید.



پاسخ

روش اول:

$$\hat{B} = ۱۸۰^\circ - (۳۰^\circ + ۳۰^\circ) = ۱۲۰^\circ \longrightarrow sin۱۲۰^\circ \simeq ۰/۸۶۶$$

$$S = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۳ \times (۰/۸۶۶) \simeq ۳/۸۹۷$$

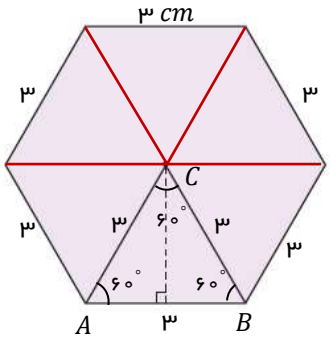
روش دوم:

$$\overset{\Delta}{ABH} : cos۳۰^\circ = \frac{AH}{۳} \longrightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{AH}{۳} \longrightarrow AH = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$$

$$S_{ABH} = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times \frac{۳\sqrt{۳}}{۲} \times sin۳۰^\circ = \frac{۹}{۴}\sqrt{۳} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۹\sqrt{۳}}{۸}$$

$$S_{ABC} = ۲A_{ABC} = ۲ \times \frac{۹\sqrt{۳}}{۸} = \frac{۹\sqrt{۳}}{۴} \simeq ۳/۸۹۷$$

مثال: (از کتاب) مساحت شش ضلعی منتظم زیر را به دست آورید.



پاسخ

۶ مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۳ داریم و می‌دانیم هر سه زاویه داخلی مثلث متساوی‌الاضلاع برابر ۶۰° است.

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۳ \times sin\hat{A} = \frac{۹}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۹\sqrt{۳}}{۴}$$

$$S_T = \overset{۳}{\cancel{۶}} \times \frac{۹\sqrt{۳}}{\cancel{۴}_{۲}} = \frac{۲۷\sqrt{۳}}{۲}$$

کل

نتیجه:

الف) مساحت مثلث متساوی الاضع به طول ضلع a $= \frac{۱}{۲} \times a \times a \times sin۶۰^\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲$

ب) مساحت شش ضلعی منتظم به طول ضلع a $= ۶ \times \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲ = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^۲$

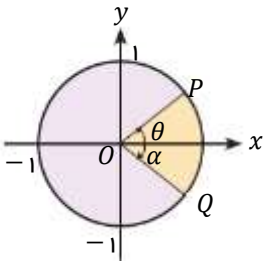
---

۲ دایره مثلثاتی

تعریف دایره مثلثاتی:

دایره‌ای به شعاع یک واحد که مرکز آن مبدأ مختصات است.

زاویه در دایره مثلثاتی:

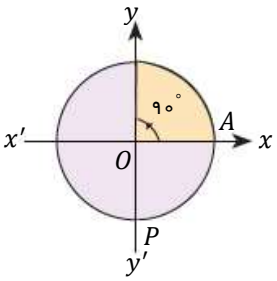


ضلع ابتدایی هر زاویه روی قسمت مثبت محور xها واقع است و ضلع دوم حرکت می‌کند (این ضلع محیط دایره را قطع می‌کند) اگر ضلع دوم در خلاف جهت عقربه‌های ساعت حرکت کند زاویه مثبت می‌سازد و اگر در جهت عقربه‌های ساعت حرکت کند، زاویه‌ی منفی می‌سازد.

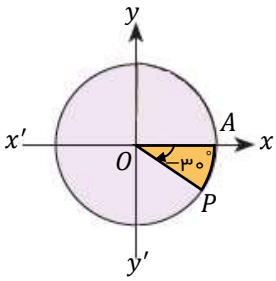
مثال: (از کتاب) زوایای زیر را در دایره مثلثاتی مشخص کنید.

پاسخ

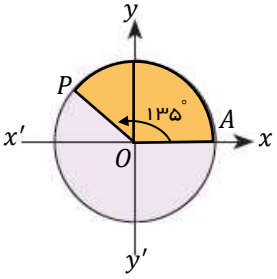
الف) 90°



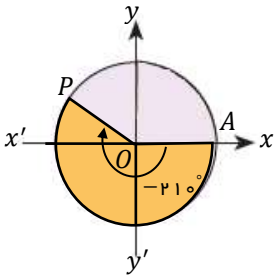
ب) -30°



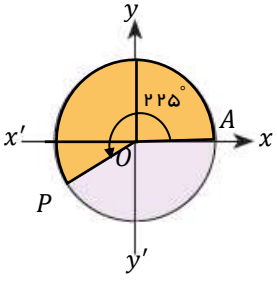
پ) 135°



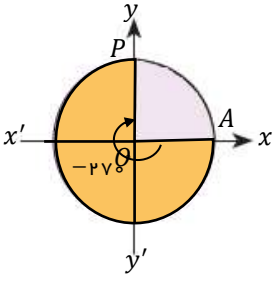
ت) -210°



ث) 225°

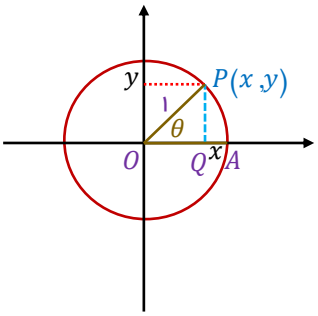


ج) -270°



نسبت‌های مثلثاتی در دایره مثلثاتی:

زاویه θ را دایره مثلثاتی در نظر بگیرید. اگر ضلع دوم این زاویه محیط دایره را در نقطه $P(x,y)$ قطع کند، و از این نقطه بر محور xها عبور کنیم تا این محور را در Q قطع کند، مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\Delta}{OPQ}$ به دست می‌آید.



حال داریم:

$$sin\theta = \frac{PQ}{OP} = \frac{y}{۱} \Rightarrow y = sin\theta$$

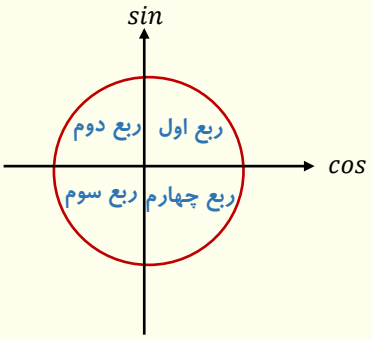
$$cos\theta = \frac{OQ}{OP} = \frac{x}{۱} \Rightarrow x = cos\theta$$

$$tan\theta = \frac{PQ}{OQ} = \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{y}{x} = tan\theta$$

$$cot\theta = \frac{OQ}{PQ} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = cot\theta$$

قرارداد:

در دایره مثلثاتی محور xها را محور cosها و محور y ها را محور sinها می‌نامیم. این دو محور عمود برهم، دایره مثلثاتی را به چهار ناحیه یا ربع مثلثاتی تقسیم می‌کنند.

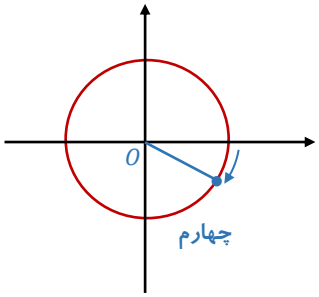


θ در ربع اول	$۰^\circ < \theta < ۹۰^\circ$
θ در ربع دوم	$۹۰^\circ < \theta < ۱۸۰^\circ$
θ در ربع سوم	$۱۸۰^\circ < \theta < ۲۷۰^\circ$
θ در ربع چهارم	$۲۷۰^\circ < \theta < ۳۶۰^\circ$

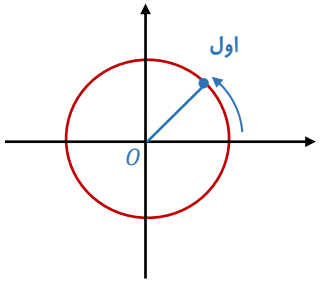
مثال: مشخص کنید انتهای کمان مربوط به هر یک از زاویه‌های زیر در کدام‌یک از نواحی چهارگانه قرار می‌گیرد؟

پاسخ

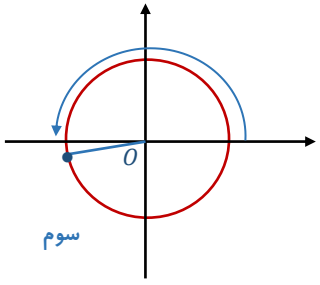
الف) -۳۰°



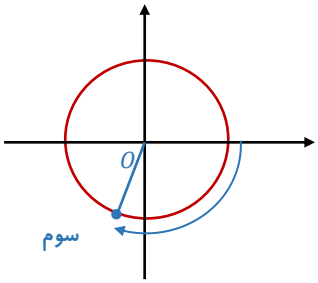
ب) ۶۵°



پ) ۱۸۲°



ت) -۹۵°



ریاضی

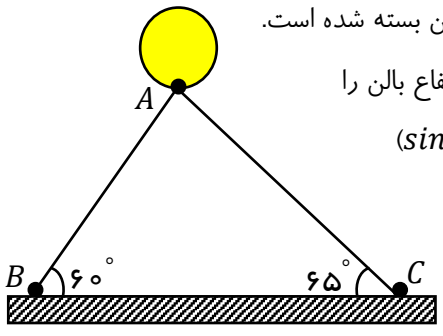
دهم تجربی

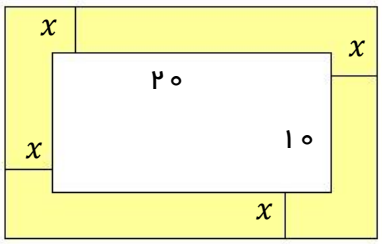
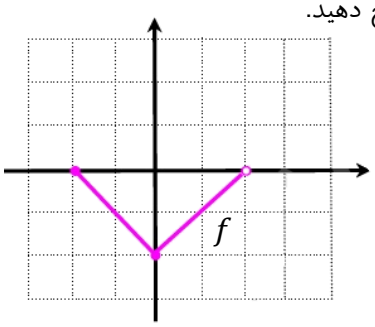
۸

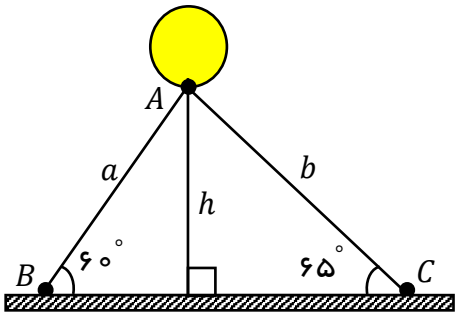
سؤالات نهایی

فهرست مطالب	صفحه
▪ سؤالات نهایی	۱۹۱
▪	

حل سوالات این بخش را می‌توانید در آپارات ببینید:

ردیف	سؤالات شبه نهایی اردیبهشت ماه ۱۴۰۳	بارم
۱	در هر یک از عبارت‌های زیر، پاسخ صحیح را از بین پاسخ‌های داخل پرانتز انتخاب کنید و در پاسخ‌نامه بنویسید. الف) مجموعه تهی، یک مجموعه ..... است. (نامتناهی ، متناهی) ب) جمله ششم الگوی ... و ۲۰ و ۱۳ و ۸ و ۵ برابر ..... است. (۴۰ ، ۳۶) پ) واسطه هندسی بین دو عدد ۸ و ۱۸ برابر ..... است. (۱۳ ، ۱۲) ت) اگر $sin\theta$ مثبت و $cos\theta$ منفی باشد زاویه θ در ربع ..... دایره مثلثاتی قرار دارد. (دوم ، چهارم) ث) اگر b و a دو عدد مثبت باشند، تساوی ..... همواره درست است. ($\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ ، $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$)	۱/۲۵
۲	در هر مورد، جای خالی را با یک کلمه یا عدد مناسب، کامل کنید. الف) طول بازه $(-۳,۷)$ برابر ..... است. ب) نمایش $\sqrt{(-۷)^۲}$ را به صورت عدد صحیح ..... می‌توان نوشت. پ) کسر $\frac{sin۳۸^\circ}{cos۳۸^\circ}$ برابر cot (....°) است. ت) اگر α زاویه‌ای باشد که یک خط، با جهت مثبت محور افقی می‌سازد، آن‌گاه شیب خط برابر..... است. ث) برای عدد صفر، فاکتوریل به صورت ....= !۰ تعریف می‌شود.	۱/۲۵
۳	دنباله حسابی روبه‌رو را در نظر بگیرید. ۸ , ۵ , ۲ , ... جمله پانزدهم این دنباله را به کمک جمله عمومی، به دست آورید.	۱
۴	در یک کلاس ۳۷ نفری ۱۷ نفر عضو گروه آموزشی و ۲۵ نفر عضو گروه فرهنگی هستند. اگر ۳ نفر عضو هیچ یک از این دو گروه نباشند، تعیین کنید چند نفر هم عضو گروه آموزشی و هم عضو گروه فرهنگی هستند؟	۱
۵	مطابق شکل مقابل، یک بالن توسط دو طناب AB و AC ، به زمین بسته شده است. اگر طول طناب AB برابر ۳۶ متر باشد، با توجه به شکل ابتدا ارتفاع بالن را تعیین و سپس طول طناب AC را محاسبه کنید. ($sin۶۵^\circ \cong ۰/۹$) 	۱/۵
۶	با فرض با معنی بودن عبارت مقابل حاصل آن را محاسبه کنید. $\frac{sinx-sin^۳x}{cos^۳x}\times cotx$	۱/۲۵
۷	حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. $۵\sqrt{\sqrt[۳]{۶۴}}-\left(۸^{\frac{۱}{۲}}\right)^{\frac{۲}{۳}}$	۱

ردیف	ادامه سؤالات شبه نهایی اردیبهشت ماه ۱۴۰۳	بارم
۸	مخرج کسر روبه‌رو را گویا کنید. $\frac{۶}{\sqrt[۲]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱}$	۱
۹	کسر $\frac{x^۲-۵xy+۶y^۲}{x^۲-۴y^۲}$ را تا حد امکان ساده کنید.	۱
۱۰	به کمک تشکیل معادله و حل آن، مسئله زیر را حل کنید. یک عکس به ابعاد ۱۰ در ۲۰ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۶۰۰ سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر باشد، ابعاد این قاب عکس را پیدا کنید. 	۱/۵
۱۱	نامعادله مقابل را به روش تعیین علامت حل کنید. $\frac{۳-x}{۴+۲x} > ۰$	۱
۱۲	نمودار سهمی به معادله $y = ۶x - x^۲$ را رسم کنید.	۱
۱۳	الف) تابعی مثال بزنید که دامنه و برد آن برابر باشند، ولی همانی نباشد. ب) نمودار تابع f یک خط راست موازی محور xها است و $f(۵) = ۴$. اگر نمودار تابع g نیمساز ناحیه اول و سوم باشد، آن‌گاه حاصل $۲f(۹) - g(۸)$ را محاسبه کنید(دلیل خود را به طور کامل بنویسید).	۱/۲۵
۱۴	نمودار تابع f در شکل مقابل را در نظر بگیرید و سپس به سؤالات زیر پاسخ دهید.  الف) مقدار $f(۰)$ چقدر است؟ ب) دامنه و برد را بنویسید. پ) نمودار تابع $g(x) = f(x) + ۲$ را رسم کنید.	۱/۲۵
۱۵	در تابع خطی f داریم $f(۲) = ۱$ و $f(۱) = -۲$. ضابطه این تابع را بنویسید.	۱
۱۶	با اعداد ۲ و ۳ و ۵ و ۷ چند عدد سه رقمی با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت؟ روش حل خود را بنویسید.	۰/۵
۱۷	مسئله‌ای طرح کنید که جواب آن برابر $\binom{۶}{۲} + \binom{۵}{۳}$ است.	۰/۷۵
۱۸	معادله روبه‌رو را حل کنید. $P(۵,۲) = ۲n + C(۵,۳)$	۰/۷۵
۱۹	نه نقطه متمایز روی محیط یک دایره قرار دارند. چند مثلث مختلف می‌توان کشید که رئوس آن از این نه نقطه انتخاب شده‌اند؟ (روش حل خود را بنویسید).	۰/۷۵

ردیف	پاسخنامه تشریحی اردیبهشت ماه ۱۴۰۳	بارم
۱	الف) متناهی ب) ۴۰ پ) ۱۲ ت) دوم ث) $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$	۱/۲۵
۲	الف) ۱۰ ب) ۷ پ) ۵۲ ت) $tan\alpha$ ث) ۱	۱/۲۵
۳	$a=۸ \qquad d=۵-۸=-۳$ $a_n=a+(n-۱)d \longrightarrow a_{۱۵}=۸+(۱۵-۱)(-۳)=۸-۴۲=-۳۴$	۱
۴	راه حل اول: $n(A\cup B)=۳۷-۳=۳۴$ $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ $\longrightarrow ۳۴=۱۷+۲۵-n(A\cap B)\longrightarrow n(A\cap B)=۸$ راه حل دوم: حل به کمک رسم نمودار ون. $(۱۷-x)+x+(۲۵-x)=۳۷-۳$ $-x=۳۴-۴۲\longrightarrow x=۸$	۱
۵	$sin۶۰^\circ=\frac{h}{a}\longrightarrow\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{h}{۳۶}\longrightarrow h=۱۸\sqrt{۳}$ متر $sin۶۵^\circ=\frac{h}{b}\longrightarrow\frac{۹}{۱۰}=\frac{۱۸\sqrt{۳}}{b}\longrightarrow b=۲۰\sqrt{۳}$ متر 	۱/۵
۶	$\frac{\sin x-sin^۳x}{cos^۳x}\times cotx=\frac{sinx\,(۱-sin^۲x)}{cos^۳x}\times cotx=\frac{sinx\times cos^۲x}{cos^۳x}\times cotx$ $=\frac{sinx}{cosx}\times cotx=tanx\times cotx=۱$	۱/۲۵
۷	$۵\sqrt{\sqrt[۳]{۶۴}}=\left(۸^{\frac{۱}{۲}}\right)^{\frac{۲}{۳}}=۵\sqrt{۴}-\left(۸^{\frac{۱}{۳}}\right)=۱۰-\sqrt[۳]{۸}=۱۰-۲=۸$	۱
۸	$\frac{۶}{\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱}=\frac{۶}{\sqrt[۳]{۴}+\sqrt[۳]{۲}+۱}\times\frac{\sqrt[۳]{۲}-۱}{\sqrt[۳]{۲}-۱}=\frac{۶}{\sqrt[۳]{۸}-۱}\times(\sqrt[۳]{۲}-۱)=۶(\sqrt[۳]{۲}-۱)$	۱
۹	$\frac{x^۲-۵xy+۶y^۲}{x^۲-۴y^۲}=\frac{(x-۲y)(x-۳y)}{(x-۲y)(x+۲y)}=\frac{x-۳y}{x+۲y}$	۱
۱۰	$(۲۰+۲x)(۱۰+۲x)=۶۰۰\longrightarrow ۴x^۲+۶۰x-۴۰۰=۰$ $\xrightarrow{\div ۴} x^۲+۱۵x-۱۰۰=۰$ $\longrightarrow (x-۵)(x+۲۰)=۰\longrightarrow x=$, $x=-۲۰$ غیر قابل قبول	۱/۵