

فهرست مطالب



فصل اول: تابع

- درس ۱: توابع چند جمله‌ای – توابع صعودی و نزولی ۱
- درس ۲: ترکیب تابع ۱۰
- درس ۳: تابع وارون ۲۶

فصل دوم: مثلثات

- درس ۱: تناوب و تنازات ۳۴
- درس ۲: معادلات مثلثاتی ۵۰

فصل سوم: حد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت

- درس ۱: حد بی‌نهایت ۶۵
- درس ۲: حد در بی‌نهایت ۷۱

فصل چهارم: مشتق

- درس ۱: آشنایی با مفهوم مشتق ۷۷
- درس ۲: مشتق پذیری و پیوستگی ۸۵
- درس ۳: آهنگ تغییر ۱۰۰

فصل پنجم: کاربرد مشتق

- درس ۱: اکسترمم‌های تابع ۱۰۸
- درس ۲: بهینه‌سازی ۱۱۹

فصل ششم: هندسه

- درس ۱: تفکر جسمی و آشنایی با مقاطع مخروطی ۱۲۷
- درس ۲: دایره ۱۳۲

فصل هفتم: احتمال

- درس ۱: قانون احتمال ۱۵۳



۰۹۱۴۳۵۵۸۸۱۷
۰۹۳۹۶۴۹۷۷۵۰



سخنی با دانش آموز

در سال‌های اخیر، تنوع منابع آموزشی و کتاب‌های کمک‌درسی به حدی افزایش یافته که بسیاری از دانش‌آموزان در انتخاب بهترین منبع برای یادگیری دچار تردید می‌شوند. این سردرگمی گاهی مسیر پیشرفت تحصیلی را دشوار می‌کند و نیاز به یک راهنمای جامع و کاربردی را بیش از پیش آشکار می‌سازد. با توجه به این چالش، بر آن شدم تا با تکیه بر سال‌ها تجربه در تدریس و آموزش، مجموعه‌ای کامل و منسجم از **جزوات خودآموز سناموز** را طراحی کنم؛ جزواتی که با پوشش تمامی فصول درسی رشته‌های ریاضی، تجربی و انسانی و تطابق کامل با آخرین تغییرات کتاب‌های درسی، به دانش‌آموزان کمک می‌کند مفاهیم را عمیق‌تر و مؤثرتر بیاموزند.

چرا جزوات سناموز؟

- ✓ یادگیری گام‌به‌گام: آموزش ساده و روان مفاهیم، همراه با مثال‌های متنوع برای درک بهتر هر مبحث.
- ✓ تمرین و تسلط: حل نمونه سوالات امتحانات نهایی، تست‌های کنکور سراسری، سوالات تألیفی و چالشی برای تقویت مهارت‌های حل مسئله.
- ✓ آمادگی برای امتحانات: ارائه نمونه سوالات خردادماه با پاسخ‌های تشریحی جهت مرور و جمع‌بندی نهایی.

این جزوات به‌گونه‌ای طراحی شده‌اند که دانش‌آموزان بتوانند به‌صورت **خودآموز** از آن‌ها استفاده کنند و دیگر نیازی به منابع متعدد نداشته باشند.

هیچ اثری بدون نقص نیست، بنابراین از تمامی دانش‌آموزان، دبیران و صاحب‌نظران گرامی تقاضا دارم نظرات و پیشنهادات خود را از طریق **وبسایت رسمی سناموز** به آدرس www.sanamoz.ir با من در میان بگذارند تا در ویرایش‌های بعدی، این مجموعه را به استانداردهای بالاتری برسانیم.

در پایان، از خانواده عزیزم که در تمام مراحل تألیف این مجموعه با صبر و حمایت بی‌چشمداشت‌شان همراه من بودند، صمیمانه قدردانی می‌کنم. امیدوارم این جزوات گامی مؤثر در مسیر موفقیت تحصیلی دانش‌آموزان ایران باشد.

به زودی با جلد‌های بعدی در خدمت شما خواهیم بود 😊



تابع همیشه اصل کار و اساس ریاضیه! و چه بهتر از اینکه فصل اول و اصل کار رو با قدرت شروع کنیم...

1 توابع چند جمله‌ای

به طور کلی هر تابع به فرمت $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots + kx + l$ را که $a \neq 0$ ، b, \dots, k و l عددهایی حقیقی و $n \geq 0$ عددی صحیح (درجه‌ی تابع) باشد یک تابع چند جمله‌ای از درجه n می‌گویند.

چند حالت ویژه از این نوع توابع:

- **تابع ثابت:** ساده‌ترین تابع به صورت $f(x) = c$ ، چند جمله‌ای درجه‌ی صفر است. (c عدد ثابت)
- **تابع خطی:** به صورت $f(x) = ax + b$ ، چند جمله‌ای درجه‌ی یک است.
- **تابع درجه دوم:** این تابع به صورت $f(x) = ax^2 + bx + c$ بوده، نمودارش همیشه یک سهمی است که در پایه‌ی یازدهم بررسی شد.
- **تابع درجه سوم:** این تابع به شکل کلی $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ است؛ بررسی بیشتری از نمودار آن در ادامه انجام خواهد شد.

توجه شود که توابع رادیکالی، توابع قدرمطلق، توابع جزصحيح، توابع نمایی و لگاریتم توابع چندجمله‌ای نیستند.



نکته: چون محدودیتی برای مقدار گذاری در توابع چند جمله‌ای وجود ندارد، دامنه برابر مجموعه اعداد حقیقی (\mathbb{R}) است. اما در مورد برد لزوماً درست نیست؛ برای مثال در تابع ثابت دامنه مجموعه اعداد حقیقی است اما برد تنها یک عضو دارد.

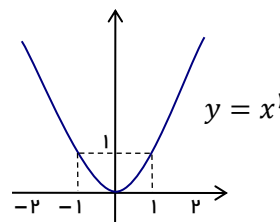
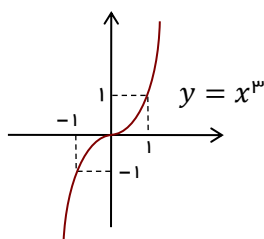
--- ✨ ---

مثال: توابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = x^3$ را در نظر بگیرید.

- الف) نمودارهای هر دو تابع را رسم کنید.
- ب) دامنه و برد هر تابع را مشخص کنید.
- پ) توسط نمودار، مجموعه جواب نامعادله‌های $f(x) > g(x)$ و $f(x) \geq g(x)$ را مشخص کنید.

جواب 

الف) هر دو نمودار با تشکیل جدول مقادیر به آسانی رسم می‌شوند:



x	-۲	-۱	۰	۱	۲
$y=x^3$	-۸	-۱	۰	۱	۸

x	-۲	-۱	۰	۱	۲
$y=x^2$	۴	۱	۰	۱	۴

با جایگذاری نقاط به دست آمده از جدول بالا را در روی محورهای مختصات، نمودار هر دو تابع رسم می‌شود.

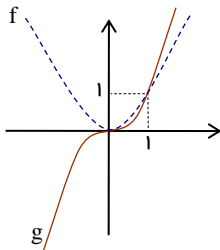
ب) با توجه به نکته بالا چون هر دو تابع چند جمله‌ای هستند پس دامنه هر دو مجموعه اعداد حقیقی یا همان بازه $(-\infty, +\infty)$ است ولی برد تابع $f(x)$ با توجه به نمودارش، بازه $[0, +\infty)$ و برد تابع $g(x)$ با توجه به نمودارش بازه $(-\infty, +\infty)$ است.

پ) می‌دانیم:

عددهای پیین صفر و یک هر قدر به توان بزرگ‌تری برسند، مقدارشان کوچک‌تر می‌شود. یعنی:

$$0 < x < 1 \Rightarrow x^3 < x^2$$

بنابراین دو نمودار بالا در مقایسه با هم چنین خواهند بود:



اکنون:

- در مجموعه جواب نامعادله $f(x) > g(x)$ ، باید نمودار f بالاتر از نمودار g قرار داشته باشد؛

$$f(x) > g(x) \Rightarrow x \in (-\infty, 0) \cup (0, 1)$$

- در نامعادله $f(x) \geq g(x)$ ، علاوه بر جواب بالا، نقاط برخورد نمودارها نیز عرض یکسان داشته و قابل قبول هستند:

$$f(x) \geq g(x) \Rightarrow x \in (-\infty, 1]$$

مثال: نمودار تابع $y = -(x-1)^3 + 2$ را چگونه می‌توان به روش انتقال توسط نمودار $y = x^3$ رسم کرد.

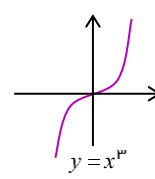
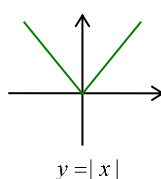
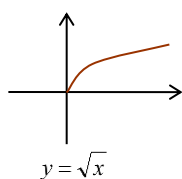
جواب ✓

نمودار در طی سه مرحله رسم می‌شود:

- بعد از رسم $y = x^3$ ، نمودار یک واحد به راست منتقل شده تا $y = (x-1)^3$ رسم شود.
- نمودار حاصل در مرحله‌ی قبل را نسبت به محور طول قرینه کرده تا $y = -(x-1)^3$ رسم شود.
- نمودار حاصل از مرحله‌ی قبل را ۲ واحد به صورت عمودی به بالا انتقال داده تا $y = -(x-1)^3 + 2$ رسم شود.

نمودارهای زیر رو دریاب که مهمن!

رسم نمودارهای پرتکرار





درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) تابع $y = 2x(1 - 3x^2) + 1$ یک تابع چند جمله ای از درجه سوم است. **نهایی؛ دی ۱۴۰۱**
درست - اگر عبارت را ساده کنیم ضرایب عضو مجموعه \mathbb{R} و توان ها اعداد صحیح نامنفی هستند و بزرگترین توان ۳ است.

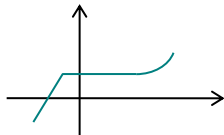
ب) تابع $y = \sqrt{2}x - x^2$ یک تابع درجه دوم است. **نهایی؛ خرداد ۱۴۰۱**
درست - ضرایب عضو، مجموعه \mathbb{R} ، توان ها اعداد صحیح نامنفی و بزرگترین توان ۲ است.

پ) نمودار تابع $y = x^2$ در بازه $(0, 1)$ پایین تر از نمودار تابع $y = x^3$ است. **نهایی؛ دی ۱۴۰۱**
نادرست - در بازه $(0, 1)$ نمودار تابع $y = x^2$ بالاتر از نمودار تابع $y = x^3$ است.

توابع صعودی و نزولی

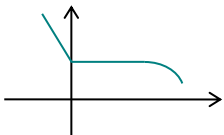
فرض کنیم f یک تابع و $x_1, x_2 \in D_f$ باشند.

❖ f را «**صعودی**» گوئیم، هرگاه اگر $x_1 < x_2$ باشد، آنگاه $f(x_1) \leq f(x_2)$. یعنی:
 با زیاد شدن x ، مقدار تابع یا ثابت بماند و یا زیاد شود.



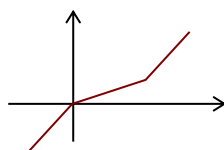
تابع صعودی

❖ f را «**نزولی**» گوئیم، هرگاه اگر $x_1 < x_2$ باشد، آنگاه $f(x_1) \geq f(x_2)$. یعنی:
 با زیاد شدن x ، مقدار تابع یا ثابت بماند و یا کم شود.



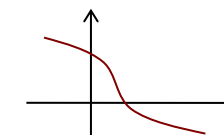
تابع نزولی

❖ تابع f را «**اکیداً صعودی**» گوئیم، هرگاه اگر $x_1 < x_2$ باشد، آنگاه $f(x_1) < f(x_2)$. یعنی:
 با زیاد شدن x ، مقدار تابع زیاد می شود.



تابع اکیداً صعودی

❖ تابع f را «**اکیداً نزولی**» گوئیم، هرگاه اگر $x_1 < x_2$ باشد، آنگاه $f(x_1) > f(x_2)$. یعنی:
 با زیاد شدن x ، مقدار تابع کم می شود.



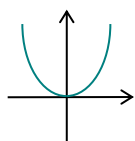
تابع اکیداً نزولی

بعلاوه:

تابع صعودی یا نزولی را «**یکنوا**» و تابع اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی را «**اکیداً یکنوا**» گوئیم.



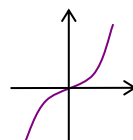
طبق تعاریف بالا، هر تابع اکیداً صعودی، تابع صعودی هم محسوب می شود؛ همچنین تابع اکیداً نزولی، نزولی هم هست.



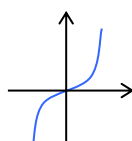
سهمی $y = x^2$ یکتوا نیست؛

نمودار تابع $y = x|x|$ به صورت زیر بوده و صعودی اکید است؛

$$y = x|x| = \begin{cases} -x^2 & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases} \text{ or}$$

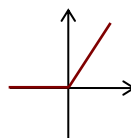


نمودار تابع $y = x^3$ را قبلاً دیده ایم و صعودی اکید است؛



نمودار تابع $y = |x| + x$ به صورت زیر، صعودی بوده، ولی صعودی اکید نیست؛

$$y = x + |x| = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 2x & x \geq 0 \end{cases} \text{ یا}$$



نهایی؛ خرداد ۱۳۹۸

در جای خالی گزینه‌ی مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.

تابع $y = (x+1)^3$ در دامنه‌ی خود (صعودی- نزولی) است.

✓ جواب

صعودی؛ چون نمودار صعودی $y = x^3$ فقط یک واحد به چپ منتقل می‌شود.

نهایی؛ خرداد ۱۴۰۲

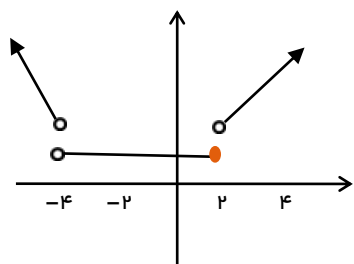
بی‌شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است. (درست □ - نادرست □)

✓ جواب

درست است، زیرا؛ بی‌شمار تابع ثابت وجود دارد؛ مانند $f(x) = 0$ و $f(x) = -1$ و ...

نهایی؛ خرداد ۱۴۰۴

با توجه به نمودار تابع f ، در جدول زیر برای هر یک از ستون‌های قسمت‌های A ستون A قسمت صحیح از ستون B را انتخاب کنید. (یکی از قسمت‌های ستون B اضافه است).



B	A
(۱) $(-\infty \text{ و } -۴)$	الف) تابع در این بازه اکیدا صعودی است.
(۲) $(۲ \text{ و } +\infty)$	ب) تابع در این بازه اکیدا نزولی است.
(۳) $(-۱ \text{ و } +\infty)$	پ) تابع در این بازه ثابت است.
(۴) $(-۴ \text{ و } ۲]$	

✓ جواب

الف) ۲ ب) ۱ پ) ۴

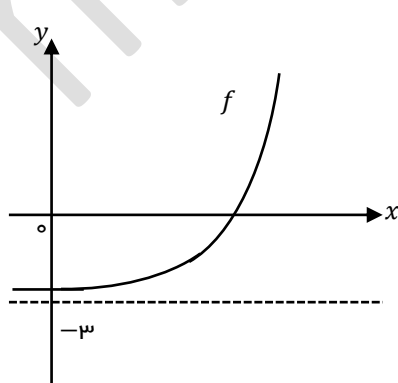


سؤالات نهایی

صفحه	فهرست مطالب
۲۰۰	سؤالات نهایی

مل سوالات این بخش را می‌توانید در آپارات ببینید:

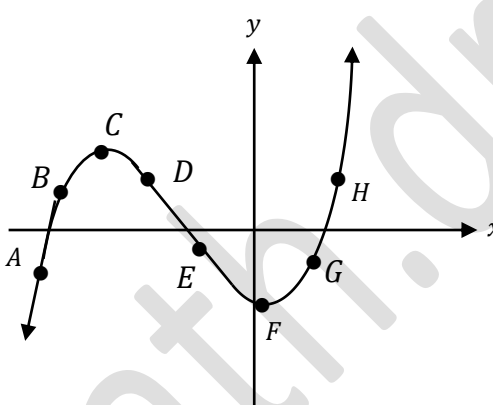


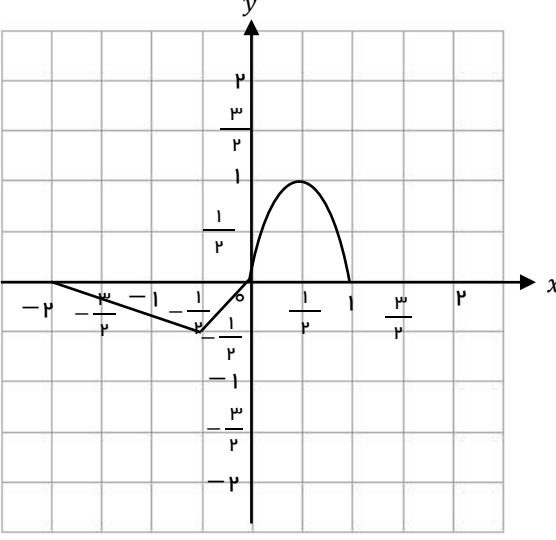
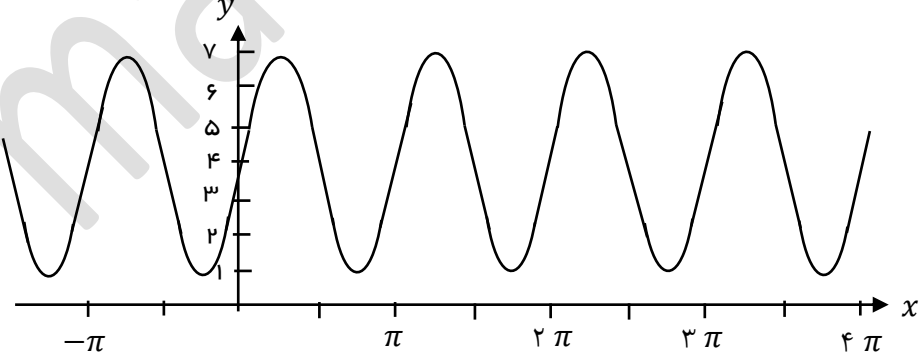
بارم	سوالات نهایی شهریور ماه ۱۴۰۲	ردیف
۰/۷۵	<p>درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع $y = \sqrt{3}x^3 - \pi x + 1$ یک تابع چند جمله‌ای است.</p> <p>ب) تابع $y = \frac{1}{x}$ در دامنه‌اش یکنواست.</p> <p>پ) خط $y = \frac{1}{4}$، نمودار تابع $y = \sin x$ را در فاصله $[0, 2\pi]$ در یک نقطه قطع می‌کند.</p>	۱
۰/۷۵	<p>جمله‌های زیر را کامل کنید.</p> <p>الف) اگر $f(x) = -x^3$ آن گاه $f''(1)$ برابر است</p> <p>ب) اگر صفحه‌ای بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل است.</p> <p>پ) هرگاه برای دو پیشامد A و B داشته باشیم $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ آن گاه دو پیشامد A و B هستند.</p>	۲
۰/۵	<p>نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را ابتدا سه واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم و سپس عرض نقاط را دو برابر می‌کنیم، ضابطه تابع جدید را بنویسید.</p>	۳
۰/۷۵	<p>اگر $f(x) = \frac{x}{3} - 1$ و $f(g(x)) = 4x^2 + 1$، آن گاه ضابطه تابع $g(x)$ را بیابید.</p>	۴
۱/۲۵	<p>اگر دامنه تابع $f(x) = x^2 + 4x + 3$ برابر $[-2, +\infty)$ باشد، ضابطه و دامنه تابع وارون را به دست آورید.</p>	۵
۱/۵	<p>دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید.</p> $y = \sqrt{3} - \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)$	۶
۱/۲۵	<p>معادله مثلثاتی $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \cos x = 2$ را حل کنید.</p>	۷
۰/۵	<p>با توجه به نمودار تابع f، حاصل حدهای زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$</p> 	۸

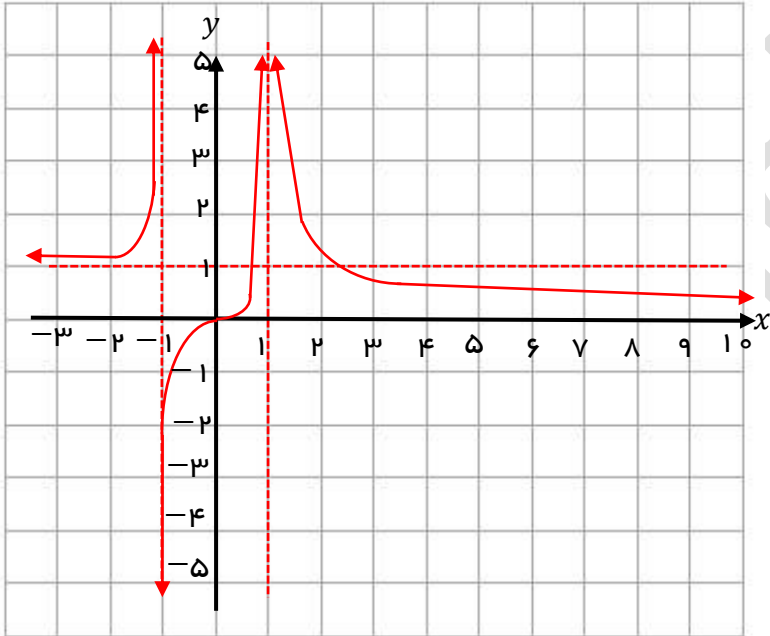
بارم	ادامه سؤالات نهایی شهریور ماه ۱۴۰۲	ردیف
۱/۵	<p>حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{ 2-x }$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}$</p>	۹
۱	<p>اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ آن گاه به کمک تعریف مشتق نشان دهید: $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$.</p>	۱۰
۲/۲۵	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>الف) $g(x) = \frac{(2x-1)^4}{x^3+8}$ ب) $f(x) = \sqrt[3]{2x+1}$</p>	۱۱
۱/۵	<p>معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 + 2t + 3$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 2]$ بر حسب ثانیه داده شده است. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 2]$ با هم برابرند؟</p>	۱۲
۱/۷۵	<p>نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.</p> <p>$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$</p>	۱۳
۱/۲۵	<p>دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۸ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.</p>	۱۴
۱	<p>مختصات دو سر قطر بزرگ یک بیضی نقاط $(1, -2)$ و $(1, 6)$ است. اگر خروج از مرکز این بیضی $\frac{1}{p}$ باشد، فاصله کانونی آن را بیابید.</p>	۱۵
۱/۲۵	<p>وضعیت خط $3x + 4y = 0$ را نسبت به دایره به معادله $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 9$ مشخص کنید.</p>	۱۶
۱/۲۵	<p>دو جعبه داریم درون یکی از آن‌ها ۹ لامپ سالم و ۳ لامپ معیوب قرار دارد و درون جعبه دیگر ۱۵ لامپ قرار دارد که ۵ تای آن‌ها معیوب است. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده و یک لامپ از آن بیرون می‌آوریم، چقدر احتمال دارد لامپ مورد نظر سالم باشد؟</p>	۱۷

ردیف	پاسخنامه تشریحی شهریور ماه ۱۴۰۲	بارم
۱	الف) درست ب) نادرست پ) نادرست	۰/۷۵
۲	الف) -۶ ب) دایره	۰/۷۵
۳	$y = 2\sqrt{x-3}$	۰/۵
۴	$f(g(x)) = \frac{g(x)}{2} - 1 \rightarrow \frac{g(x)}{2} - 1 = 2x^2 + 1$ $g(x) = 4x^2 + 4$	۰/۷۵
۵	$f(x) = (x+2)^2 - 1 \rightarrow y+1 = (x+2)^2 \xrightarrow{x \geq -2} \sqrt{y+1} = x+2$ $\rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 2 \rightarrow D_{f^{-1}} = [-1, +\infty)$	۱/۲۵
۶	$T = \frac{\pi}{ b } \rightarrow T = 4$ $Max: a + c = 1 + \sqrt{3}$ $Min: - a + c = -1 + \sqrt{3}$	۱/۵
۷	$\sin 2x = \sin \frac{\pi}{3}$ $\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \quad \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$	۱/۲۵
۸	الف) -۳ ب) $+\infty$	۰/۵
۹	الف) $\frac{3}{0^+} = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1} \times \frac{\sqrt{3x+1} + 2}{\sqrt{3x+1} + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-4}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \frac{3}{4}$	۱/۵
۱۰	$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{x(x+h)} = -\frac{1}{x^2}$	۱
۱۱	الف) $g'(x) = \frac{4 \times 2 \times (2x-1)^3 (x^2+8) - 3x^2 (2x-1)^4}{(x^2+8)^2}$ ب) $f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{(2x+1)^2}}$	۲/۲۵

بارم	ادامه پاسخنامه تشریحی شهریور ماه ۱۴۰۲	ردیف																													
۱/۵	$f'(t) = ۲t + ۲$ $\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(۲) - f(۰)}{۲ - ۰} = \frac{۱۱ - ۳}{۲} = ۴ \quad ۲t + ۲ = ۴ \rightarrow t = ۱$	۱۲																													
۱/۷۵	$f'(x) = -۶x^۲ + ۶x + ۱۲ = ۰ \rightarrow \begin{cases} x = -۱ \\ x = ۲ \end{cases}$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">-۱</td> <td style="padding: 5px;">۲</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f'</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center; padding: 5px;">○</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">+</td> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center; padding: 5px;">○</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">↘</td> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center; padding: 5px;">↙</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">↗</td> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center; padding: 5px;">↘</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center; padding: 5px;">-۱۶</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">۱۱</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center; padding: 5px;">Min</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">Max</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-۱	۲	$+\infty$	f'	-	○	+	○	-	f	↘	↙	↗	↘				-۱۶	۱۱					Min	Max			۱۳
x	$-\infty$	-۱	۲	$+\infty$																											
f'	-	○	+	○	-																										
f	↘	↙	↗	↘																											
		-۱۶	۱۱																												
		Min	Max																												
۱/۲۵	$x - y = ۸ \Rightarrow x = ۸ + y$ $s = xy = (۸ + y)y = y^۲ + ۸y$ $s' = ۲y + ۸ = ۰ \rightarrow \begin{cases} y = -۴ \\ x = ۴ \end{cases}$	۱۴																													
۱	$۲a = ۸ \rightarrow a = ۴, \frac{c}{a} = \frac{۱}{۲} \rightarrow c = ۲ \rightarrow FF' = ۲c = ۴$	۱۵																													
۱/۲۵	$O(۲, -۲), r = ۳, d = \frac{ ۳ \times ۲ + ۴(-۲) }{\sqrt{۹ + ۱۶}} = \frac{۲}{۵}$ چون شعاع دایره بزرگتر از فاصله مرکز دایره تا خط می‌باشد، پس خط و دایره متقاطع هستند.	۱۶																													
۱/۲۵	$P(A) = P(B)P(A B) + P(C)P(A C) = \frac{۱}{۲} \times \frac{۹}{۱۲} + \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۰}{۱۵} = \frac{۱۷}{۲۴}$	۱۷																													

بارم	سوالات نهایی دی ماه ۱۴۰۲	ردیف
۰/۷۵	<p>الف) درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>(۱) چند جمله‌ای $p(x) = 3x^3 + x^2 - 3x - 1$ بر دو جمله‌ای $3x + 1$ بخش پذیر است.</p> <p>(۲) دوره تناوب تابع $f(x) = \tan(3x)$ برابر $\frac{2\pi}{3}$ می‌باشد.</p> <p>(۳) هر تابع اکیداً یکنوا محور xها را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.</p>	۱
۰/۷۵	<p>ب) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>(۱) تابع $y = x^3 - 2$ در بازه صعودی و در بازه نزولی است.</p> <p>(۲) دامنه و برد تابع f به ترتیب $D_f = [-1, 5]$ و $R_f = [-2, 4]$ می‌باشد. دامنه و برد تابع $y = \frac{1}{p} f(1 - 2x) + 3$ به ترتیب $D_g = \dots\dots\dots$ و $R_g = \dots\dots\dots$ می‌باشد.</p>	
۰/۲۵	<p>پ) تابع $f(x) = x^2 + 2x$ در کدام بازه یکنوا نیست؟</p> <p>(۱) $(-\infty, -2)$ (۲) $(0, +\infty)$ (۳) $(0, 2)$ (۴) $(-2, 0)$</p>	
۰/۲۵	<p>ت) کدام گزینه بزرگ‌ترین مقدار را دارد؟</p> <p>(۱) $\tan 1$ (۲) $\tan 2$ (۳) $\tan 3$ (۴) $\tan 4$</p>	
۰/۷۵	<p>ث) نمودار تابع f و نقاط روی آن به صورت زیر است:</p> <p>با توجه به نقاط روی نمودار:</p> <p>(۱) نقاطی را مشخص کنید که $f'(x) = 0$</p> <p>(۲) نقاطی را مشخص کنید که $f(x)f'(x) > 0$</p> 	
۲/۲۵	<p>اگر $f(x) = \sqrt{x-3}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشند:</p> <p>الف) دامنه تابع $f \circ g$ با استفاده از تعریف به دست آورید.</p> <p>ب) حاصل $(g^{-1} \circ f)^{-1}(2)$ را به دست آورید.</p>	۲
۱	<p>اگر $f \circ g(x) = 2x^2 - 4x + 1$ و $f(x) = 2x - 3$ باشند، ضابطه تابع g را بیابید.</p>	۳

بارم	ادامه سوالات نهایی دی ماه ۱۴۰۲	ردیف
۱/۵	<p>نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $y = -2f\left(-\frac{x}{2}\right)$ را رسم کنید.</p> 	۴
۱/۵	<p>تابع $f(x) = 2 - \sqrt{x+1}$ را در نظر بگیرید:</p> <p>الف) ضابطه وارون تابع را به دست آورید.</p> <p>ب) دامنه و برد f^{-1} را به دست آورید.</p>	۵
۱	<p>الف) مقدار عددی $\cos(75^\circ)$ را بیابید.</p> <p>ب) معادله مثلثاتی زیر را حل کنید و جواب عمومی آن را بنویسید.</p>	۶
۱/۵	$\tan(x) + \cot(x) = 4$	
۲	<p>ضابطه تابع مثلثاتی نمودار زیر را بنویسید. (مراحل محاسبه نوشته شود).</p> 	۷

بارم	ادامه سوالات نهایی دی ماه ۱۴۰۲	ردیف
۲/۵	<p>حاصل حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\sqrt[3]{x} - 8}$ $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{[x] + [-x]}{4 - x^2}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - \sqrt[3]{x^2 + 3x}}{7 - 2x}$	۸
	<p>نمودار تابع f به صورت زیر است. حاصل حدهای خواسته شده را بیابید.</p>  <p>(الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$</p> <p>(ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$</p> <p>(پ) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$</p> <p>(ت) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$</p>	۹
۱/۷۵	معادله خط مماس بر منحنی به معادله $y = x^3 + x$ در نقطه‌ای به طول $x = 2$ واقع بر منحنی را بنویسید.	۱۰
۱/۲۵	نمودار تابع f از نقطه $(2, 3)$ می‌گذرد و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 9}{x^2 - 4} = 12$ مقدار $f'(2)$ را بیابید.	۱۱